(0) PRUEBA DE INVALIDEZ DE RAZONAMIENTOS SIN CUANTIFICADORES

Por Tablas Cortas de Verdad (Emilio Cerezo. PUCE, Feb-03)

A. En todo razonamiento válido, la verdad de todas las premisas implica (necesariamente) la verdad de la conclusión. Como consecuencia, si un razonamiento deductivo posee premisas verdaderas, pero su conclusión es falsa, entonces ese argumento tiene una forma inválida.

Sobre la base de la teoría indicada, podemos DEMOSTRAR la INVALIDEZ del esquema DE UN razonamiento deductivo (es decir, es un RAZONAMIENTO SIMBOLIZADO) si CONSTRUIMOS un caso en que, haciendo que su conclusión sea falsa, resulten verdaderas todas sus premisas. Y el método que en seguida se indica consiste en realizar dicha construcción.

B. Los pasos del método son los siguientes:

1) Dar a la/las letra/as de la conclusión valores de verdad que la conviertan en **FALSA** (**F**).
2) Trasladar esos valores a las premisas.
3) Asignar al resto de letras valores de verdad que hagan **VERDADERAS** (**V**) a todas las premisas.
4) Resultado o Solución:
   1. Si se puede lograr la situación 3), entonces el razonamiento es INVÁLIDO; y la solución está en presentar, en orden alfabético, las letras que son V, las que son F, y (si las hay) las *Indeterminadas*.
   2. Si, luego de agotar todas las vías posibles, no se puede lograr tal situación, el razonamiento es válido.

C. Antes de entrar a resolver ejercicios, es bueno recordar los casos más relevantes de verdad y falsedad de las proposiciones moleculares. [NOTA **El signo $\therefore$ es indicador de conclusión: "por lo tanto"**]

1/ Una **conjunción** ($P \wedge Q$) **es V únicamente cuando ambos miembros** suyos (P, Q) **son V**. Si no, es F.
2/ Una **disyunción** ($A \vee B$) **es F nada más en el caso en que ambos** miembros (A, B) **son F**. Si no, es V.
3/ Una **implicación** ($X \rightarrow Y$) **es F solo si el antecedente** (X) **es V y el consecuente** (Y) es **F**. Si no, es V.
4/ Una **equivalencia** ($K \leftrightarrow L$) es V si ambos lados (K, L) son V, o si ambos son F; pero ella es F, en los dos casos en que ambos lados tienen valores de verdad diferentes: (K es V, L es F) ó (K es F, L es V).
5/ Para crear una **implicación verdadera**, basta con hacer a su **antecedente F**, **o** a su **consecuente V**.
6/ Una **equivalencia es** lo mismo que una **doble implicación**: $(K \rightarrow L) \wedge (L \rightarrow K)$; **también equivale a la disyunción de los dos casos de la tabla de verdad que la hacen V**; es decir a: $(K \wedge L) \vee (\neg K \wedge \neg L)$.

D. Entremos a la **resolución de** varios **ejercicios**, tomados o adaptados de la *Introducción a la Lógica* de Irving Copi, y dispuestos en orden creciente de dificultad. En todos los análisis que haremos, vamos a usar las siguientes **abreviaturas**: conjunción: **conj**, disyunción: **disy**, negación: **neg**, implicación: $\rightarrow$, antecedente: **ant**, consecuente: **csc**, conclusión: **ccl** (en símbolos: $\therefore$), premisa: **prem**, entonces: **ent.**

Ej1. Pasos de Resolución:	3c	2	3b 2	1 1
Valores de Verdad:	V V V	F V	F V F	F F F
Razonamiento:	1. $R \vee U$	2. $T \rightarrow U$	3. $R \rightarrow S$	$/\therefore T \vee S$

1) Para hacer F a la ccl, ya que es una disy, no hay más remedio que poner: T = F y S = F.
2) Trasladamos estos dos valores a las premisas.
3) a. La 2da. prem, por ser una $\rightarrow$ y tener el ant (T) V, automáticamente es V.
   b. La única vía para convertir en V a la 3ra. prem es hacer al ant F; así R = F, pues si R fuera V, ent. la $\rightarrow$ en que consiste esa prem resultaría V $\rightarrow$ F; o sea: F.
   c. Como la 1ra. prem es una disy, para ser V, basta con que uno de sus miembros sea V; pero, como R es F, ent. U debe ser V: U = V.
4) Solución: Ya que hemos hecho a Todas las premisas V y a la ccl F., este razonamiento es **INVÁLIDO**, **pues para las letras: (R, S y T)$_V$ y U_F, de premisas V sale ccl F**.

Ej2. Pasos de Res.:	3a 2	2 3b	3c 2	1 1
Valores de Vd.:	V V	V V F F F	V F V F V F	V F F F
Razonamiento:	1. $M \vee \neg N$	2. $\neg (\neg O \wedge P)$	3. $\neg (\neg M \wedge \neg P)$	$/\therefore \neg N \rightarrow O$

1) Para hacer F a la ccl, dado que es una $\rightarrow$, no queda sino dar los valores: $\neg N$ = V y O = F.
2) Se colocan estos valores en las premisas.
3) a. Ya que $\neg$ N es V, la prem 1. es sin más V y, en ella, M queda libre para ser V ó F.
   b. Como tenemos el valor de O, seguimos con la prem 2., que es una neg; y, para que esta se haga V, la conj. de dentro del paréntesis debe ser F; y, dado que $\neg O$ es V, ello solo se logra si P = F.
   c. La prem 3. es otra neg y, a fin de que se haga V, la conj del paréntesis (de nuevo) tiene que ser F; para lograrlo, en vista de que $\neg P$ es V, el otro miembro de la conj., $\neg M$, debe ser F: luego, M = V.

4) Solución: El razonamiento es INVÁLIDO, ya que para: **(N, O, P)**$_{\underline{V}}$ y **M**$_{\underline{F}}$, de premisas V sale ccl F.

<u>Ej3.</u> **Pasos** de Res.: 3d 3c 3b 3b 2 3e 1
Valores de Vd.: <u>F</u> F F F <u>F</u> F <u>F</u> <u>F</u> V F <u>V</u> <u>V</u>
Razonamiento: 1. $E \to H \vee I$ 2. $I \to K$ 3. $\neg(K \vee H)$ 4. $D \to E \vee G$ $/\therefore \neg D$

1) y 2) Ya que la concl. es una sola letra negativa, el valor <u>D = V</u> la hace F. Se traslada el valor a la prem 4.
3) a. Ya que el ant de 4. es V, su csc Debe ser V, pero hay tres posibilidades para lograrlo: dejamos este prem.
b. Seguimos por la prem 3, pues, ya que la negac. de la disy debe ser V, ésta , será F: <u>K = F</u> y <u>H = F</u>.
c. En 2., puesto que el csc K es F, para que la $\to$ sea V, su ant “I” también tiene que ser F: <u>I = F</u>.
d. Dado que el csc de 1. es F (pues H e I son ambos F), solo si el ant E es F la $\to$ se hará V: <u>E = F</u>.
e. Ahora podemos volver a 4. (ver a.): para que su csc $E \vee G$ sea V, ya que E = F, G será V: <u>G = V</u>.
4) Solución: Este razonamiento es INVÁL., pues para **(D, G)**$_{\underline{V}}$ y **(E, H, I K)**$_{\underline{F}}$, de premisas V resulta ccl F.

<u>Ej4.</u> **Pasos** de Res.: 3a 3a 2 3b 2 3c 1 1
Valores de Vd.: <u>F</u> F <u>F</u> F **F** F F F **F** <u>V</u> <u>F</u>
Razonamiento: 1. $B \vee A \to C$ 2. $\neg Z \wedge \neg D \to B \wedge C$ 3. $\neg(D \wedge Z)$ $/\therefore \neg E \vee C$

1) y 2) La disy de la ccl se hace F, solo si <u>E = V</u> y <u>C = F</u>. Trasladamos el valor de C a las prem 1. y 2.
3) a. Ya que C es F, la disy que está en el ant de 1. tiene que ser F y lo será nada más si: <u>B = F</u> y <u>A = F</u>.
b. Como el csc de 2. es F (pues B=F y C=F), a fin de que la $\to$ sea V, el ant debe ser F; así, el único caso que la hace V y, por tanto, *es inaceptable* es el grupo de valores: *Z=F y D=F*.
c. Para que 3. sea V, la conj. $D \wedge Z$ tendrá que ser F: hay que *evitar* el único caso que la hace V: *D=V y Z=V*.
d. Juntando lo visto en b. y en c., D y Z deben tener diferente valor de verdad: o <u>D=V y Z=F</u> <u>o</u> <u>D=F y Z=V</u>.
4) Solución: El razonamiento se muestra INVÁL. para los valores: **E**$_{\underline{V}}$**, (A, B, C)**$_{\underline{F}}$ y **[<u>(D$_V$ y Z$_F$) ó (D$_F$ y Z$_V$)</u>]**.

<u>Ej5.</u> [Fi = Fila]
<u>Fi 1</u> **Pasos** de Res.: 3b 3b 3b 3b 3a 3a 3d
Valores de Vd.: V (V y <u>V</u>) y (V y <u>V</u>) V V V <u>V</u> V <u>?</u>
Razonamiento: 1. $(S \to T) \wedge (T \to S)$ 2. $(U \wedge T)$ v $(\neg T \wedge \neg U)$ 3. (U v R) v (S v T) 4. $\neg U \to (W \wedge X)$

<u>Fi 2</u> **Pasos** de Res.: 3c 3c 2 3a 3a 1 1 1
Valores de Vd.: <u>F</u> V F VF V V<u>F</u> F V V V V F V
Razonamiento: **5.** $(R \to \neg S) \wedge (\neg R \to \neg Y)$ 6. $X \to (\neg Y \to \neg X)$ 7. $(U \text{ v } S) \wedge (R \text{ v } Z)$ $/\therefore X \wedge Z$

1) y 2) Ya que la ccl es una conj., hay 3 posibilidades de hacerla F, y la mejor será la que haga más probable que las premisas se vuelvan V.- “X” da igual que sea V o F: por ser el ant. de 6., es ventajoso que sea F; por ser csc en 4., es bueno que sea V. Pero es mejor que Z sea V, pues así, el segundo miembro de 7. se hace V. Por lo tanto, escogemos: <u>Z$_V$ y X$_F$</u>.
3) a. Ya que 6. y 7. son V y que <u>U deber ser V</u> (pues ese es el único modo de hacer que 4. se vuelva V al tener su ant F; dado que, por ser X=F, su csc es F), la 7. y la 3. se convierten automáticamente en V, pues en ellas, U está en disy. En consecuencia, puede ser conveniente analizar 1 y 2., que comparten la letra T.
b. La prem 1. es una doble implicación (= equivalencia); luego, por su valor de verdad S=T. También U=T, pues la prem 2. es otra equivalencia (ver el punto **6/** del párr. **C** de este documento). Pero, dos cosas (S y U) iguales a una 3ra. (T) son iguales entre sí; mas, como U debe ser V, ent: <u>(S, T, U)$_V$</u>. y 3. se hace V.
c. La última premisa que queda por hacer V es la 5. En ella, ya que el primer csc ($\neg S$) es F, para que se haga V la 1ra $\to$, su ant debe ser también F: luego <u>R=F</u>; y, como el ant de la 2da. $\to$ es $\neg R$, que es V, para que esta $\to$ se haga V, su csc debe ser también V y, por consiguiente, <u>Y=F</u>.
d. Como vimos en 3a., 4. es V; pero W solo consta en 4.; así pues, W queda libre: puede ser <u>W = V o F</u>.
4) Solución: El razonamiento se muestra INVÁL. para los valores: **(S, T, U, Z)$_V$, (R, X, Y)$_F$, y <u>W = V o F</u>**

<u>Cinco ejercicios para resolver:</u>

1. $S \to (T \to U)$ 2. $V \to (W \to X)$ 3. $T \to (V \wedge W)$ 4. $\neg(T \wedge X)$ $/\therefore S \leftrightarrow U$

1. $A \leftrightarrow (B \text{ v } C)$ 2. $B \leftrightarrow (C \text{ v } A)$ 3. $C \leftrightarrow (A \text{ v } B)$ 4. $\neg A$ $/\therefore B \text{ v } C$

1. $D \to (E \text{ v } F)$ 2. $G \to (H \text{ v } I)$ 3. $(I \to G) \wedge (\neg H \to \neg G)$ 4. $\neg E \to (I \text{ v } J)$ 5. $\neg J$ $/\therefore D \to (G \text{ v } I)$

1. $K \to (L \wedge M)$ 2. $(L \to N) \text{ v } \neg K$ 3. $O \to (P \text{ v } \neg N)$ 4. $(\neg P \text{ v } Q) \wedge \neg Q$ 5. $(R \text{ v } \neg P) \text{ v } \neg M$ $/\therefore K \to R$

1. $A \to (B \to C)$ 2. $(D \to B) \wedge (E \to A)$ 3. $F \text{ v } C$ 4. $G \to \neg H$
5. $(I \to G) \wedge (H \to J)$ 6. $I \leftrightarrow \neg D$ 7. $(B \to H) \wedge (\neg H \to D)$ $/\therefore E \leftrightarrow F$